TURMA: 1º ano B e C/ENSINO MÉDIO
Geometria: 23/03/20 21

Orientações para a realização da atividade proposta:

1- **Leia o conteúdo do pdf;**
2- **Arquive o pdf em seus materiais para pesquisas futuras;**
3- **Escreva o cabeçalho com seu nome completo, turma e a data, em seu caderno.**
4- **Anote em seu caderno, três conceitos importantes, do pdf apresentado;**
5- **Copie em seu caderno os exemplos do Teorema de Tales que estão na página 3;**
6- **Copiar e responder, em seu caderno, os exercícios propostos;**
7- **enviar as fotos do material produzido à docente.**

Semelhança de triângulos

Neste capítulo retomaremos o que você provavelmente estudou no 9º ano do Ensino Fundamental: o estudo da Trigonometria (do grego: *trigōnos* + *métron*, que significa 'medida dos triângulos'), revendo e aprofundando a Trigonometria no triângulo retângulo. O conceito de proporcionalidade é questão central nesse processo, portanto faremos uma revisão de tópicos relevantes da Geometria plana.

A proporcionalidade, principalmente na forma do teorema de Tales ou de semelhança de triângulos, foi um dos conhecimentos geométricos mais úteis ao longo dos tempos. Foi por meio da semelhança de triângulos que Aristarco (310 a.C.-230 a.C.) comparou as distâncias da Terra e os matemáticos árabes estabeleceram as razões trigonométricas.

A proporcionalidade, principalmente na forma do teorema de Tales ou de semelhança de triângulos, foi um dos conhecimentos geométricos mais úteis ao longo dos tempos. Foi por meio da semelhança de triângulos que Aristarco (310 a.C.-230 a.C.) comparou as distâncias da Terra e os matemáticos árabes estabeleceram as razões trigonométricas.

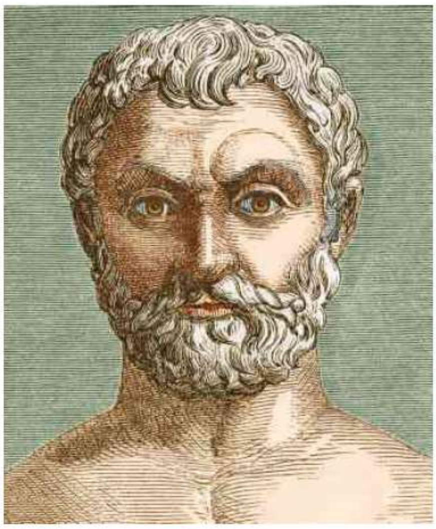
Tales de Mileto (624 a.C.-547 a.C.), considerado um dos mais versáteis gênios da Antiguidade, levou para a Grécia a Geometria dos egípcios e começou a aplicar a ela os procedimentos da Filosofia grega. Com seu método de comparar sombras, hoje conhecido como teorema de Tales, realizou muitos cálculos até então inéditos. O mais famoso deles foi o método para obter a medida de distâncias inacessíveis.

Uma das aplicações mais conhecidas do método que Tales desenvolveu é a determinação da altura de uma pirâmide sem precisar escalá-la. Pesquisem, em grupos, sobre esse método e exponham para a turma.

Você sabia?
Tales é considerado um dos sete sábios da Antiguidade. Formem trios e pesquisem quem são os outros seis.

Ann Ronan Picture Library/Heri The Print Collector/Glow Images

Gravura de Aristarco de Samos. Xilogravura.



Sheila Terry/SPL/Latinstock

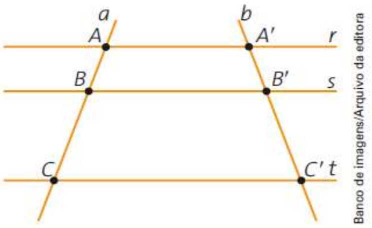
Retrato de Tales de Mileto.

Periandro de Corinto, Pítaco de Mitilene, Bias de Priene, Cleóbulo de Lindos, Sólon de Atenas e Quílon de Esparta.

Feixe de retas paralelas

Feixe de retas paralelas é um conjunto de retas distintas de um plano, paralelas entre si.

As retas *r*, *s* e *t* da figura abaixo constituem um feixe de retas paralelas.



Transversal ao feixe de retas paralelas é uma reta do plano do feixe que intersecta todas as retas do feixe.

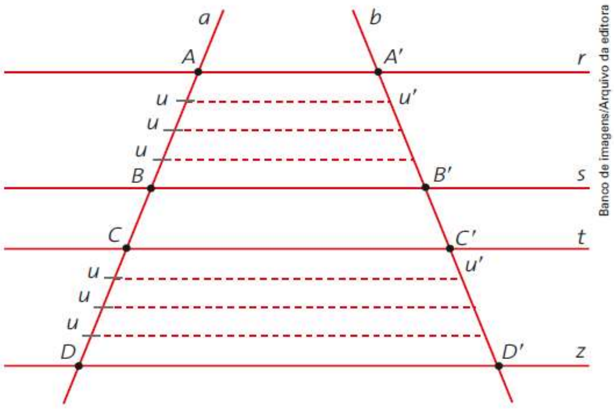
Na figura, as retas *a* e *b* são transversais ao feixe.

A e *A′* são **pontos correspondentes**. Também são correspondentes os pontos *B* e *B′*, *C* e *C′*. $\overline{AB}$ e $\overline{A'B'}$ são **segmentos de reta correspondentes**. Igualmente, $\overline{BC}$ e $\overline{B'C'}$, assim como $\overline{AC}$ e $\overline{A'C'}$.

Se duas transversais intersectam um feixe de retas paralelas, então a razão entre dois segmentos de reta quaisquer de uma transversal é igual à razão entre os segmentos de reta correspondentes da outra.

Vamos comprovar esse teorema, para o caso em que os segmentos de reta são comensuráveis (o feixe de paralelas divide as transversais em segmentos de reta cujas medidas podem ser expressas por uma quantidade inteira de uma certa unidade).

Considere um feixe de paralelas e duas transversais, como indica a figura abaixo.



Vamos supor que exista um segmento de reta *u* de modo que $AB = mu$ e $CD = nu$ ($m, n \in \mathbb{N}$), ou seja, que *AB* e *CD* são números racionais. Estabelecendo a razão $\frac{AB}{CD}$, obtemos:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{mu}{nu} = \frac{m}{n} \quad \text{(I)}$$

Pelos pontos que dividem $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ em *m* e *n* partes congruentes ao segmento de reta de medida *u*, traçamos retas paralelas ao feixe. Desse modo, os segmentos de reta $\overline{A'B'}$ e $\overline{C'D'}$ ficam divididos em *m* e *n* partes iguais a *u′*, respectivamente.

Temos:

$$\frac{A'B'}{C'D'} = \frac{mu'}{nu'} = \frac{m}{n} \quad \text{(II)}$$

Fique atento!
O teorema de Tales também é válido para os casos em que os segmentos de reta envolvidos são incomensuráveis.

Das relações (I) e (II), concluímos que:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$$

Podemos também enunciar o teorema de Tales assim:

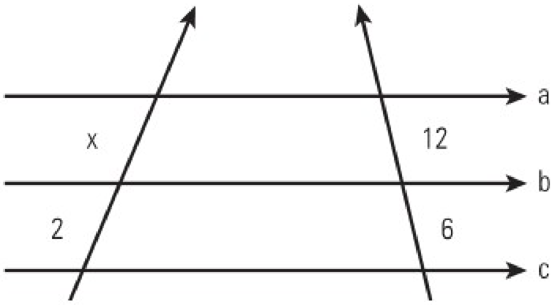
> Um feixe de paralelas determina, em duas transversais quaisquer, segmentos de reta proporcionais.

Em decorrência das propriedades das proporções, valem também as igualdades:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'} \text{ ou } \frac{AC}{BC} = \frac{A'C'}{B'C'}$$

<u>Exemplos: Determine o valor desconhecido das figuras (copiar no caderno):</u>

a)



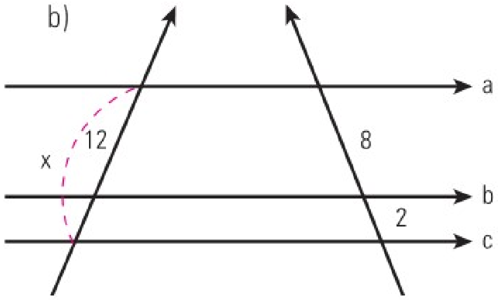
Solução:

$$\frac{x}{2} = \frac{12}{6}$$

$$6x = 24$$

$$x = 4$$

b)



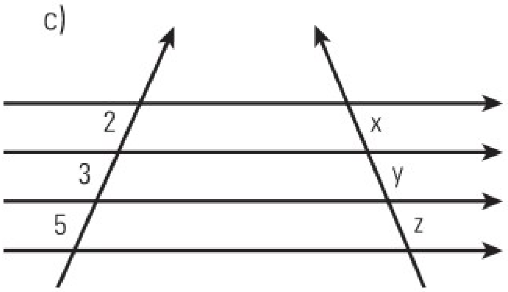
Solução:

$$\frac{x}{12} = \frac{10}{8}$$

$$8x = 120$$

$$x = 15$$

c)



Sendo $x + y + z = 40$

Solução:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{2+3+5} = \frac{40}{10} = 4$$

$$\frac{x}{2} = 4 \Rightarrow x = 8$$

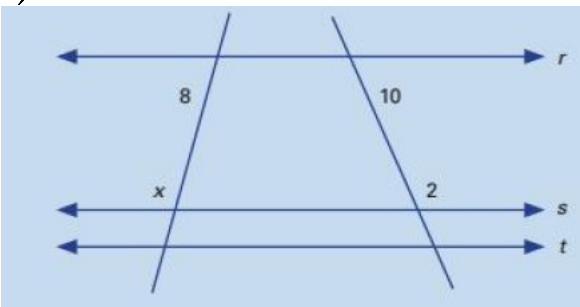
$$\frac{y}{3} = 4 \Rightarrow y = 12$$

$$\frac{z}{5} = 4 \Rightarrow z = 20$$

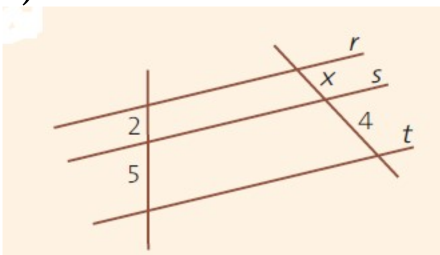
Exercícios Propostos

1. Em cada figura a seguir, determine as medidas representadas por *x*. (Considere as retas *r*, *s* e *t* paralelas e as medidas em centímetros.)

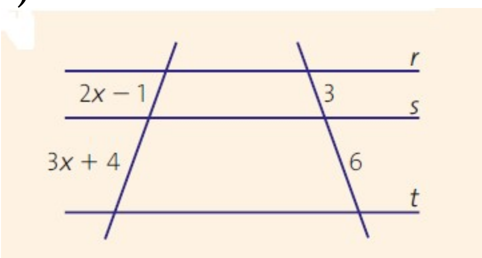
a)

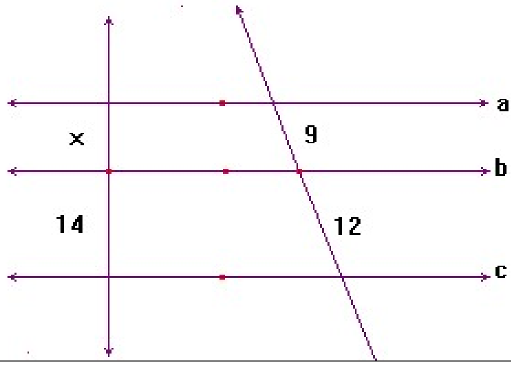


b)



c)





Fonte de Pesquisa

Manual de Matemática, disponível em:
Matemática Padrões e Relações – Ensino Médio

"O mais importante para o homem é crer em si mesmo. Sem esta confiança em seus recursos, em sua inteligência, em sua energia, ninguém alcança o triunfo a que aspira."

(Thomas Atkinson)